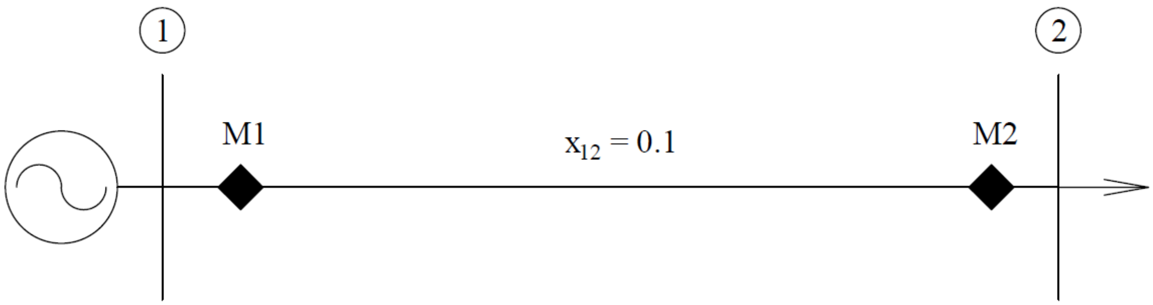
Zadatak 4.

Za elektroenergetski sistem čija je jednopolna šema prikazana na Slici 4, dostupna su mjerenja aktivne snage na početku i na kraju dalekovoda. Koristeći podatke o karakteristikama mjernih uređaja i dostupna mjerenja:

Mjerni uređaj	Mjerena veličina	Standardna devijacija
M1	$P_{12} = 62\ MW$	$\sigma_1 = 1\ MW$
M2	$P_{21} = -52\ MW$	$\sigma_2 = 5\ MW$

odrediti najbolju procjenu faznih stavova napona u čvorovima sistema. Prilikom proračuna kao baznu snagu koristiti $S_B = 100\ MVA$.



Slika 4. Jednopolna šema elektroenergetskog sistema

Podsjetnik:

DC estimator stanja je zasnovan na linearnom modelu mjerenja:

$$z = Hx + \varepsilon$$

gdje je:

- z – vektor mjerenja dimenzija $M \times 1$,
- x – vektor stanja dimenzija $(N-1) \times 1$,
- H – regresiona matrica koja povezuje mjerene veličine sa promjenljivim stanja dimenzija $M \times (N-1)$,
- ε – vektor slučajnih grešaka mjerenja dimenzija $M \times 1$.

Problem određivanja vektora stanja formuliše se kao optimizacioni problem:

$$\min_{\hat{x}} J(x) = [z - Hx]^T R^{-1} [z - Hx]$$

gdje R predstavlja dijagonalnu matricu kovarijansi mjerenja. Očigledno, kriterijumska funkcija predstavlja matrični zapis sume ponderisanih kvadrata odstupanja estimiranih od mjerenih veličina.

Rješenje optimizacionog problema se može odrediti u zatvorenoj formi kao:

$$\hat{x} = G^{-1}H^TR^{-1}z$$

gdje G predstavlja matricu pojačanja koja se određuje kao:

$$G = H^TR^{-1}H$$

Rješenje:

Usvajanjem čvora 1 za referentni čvor, vektor stanja uključuje samo fazni stav napona u čvoru 2:

$$x = [\theta_2]$$

Za određivanje regresione matrice, neophodno je odrediti vezu između mjerenih veličina i promjenljivih stanja:

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}} = -\frac{\theta_2}{0.1} = -10\theta_2$$
$$P_{21} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{X_{12}} = 10\theta_2$$

Tada je matrica regresije:

$$H = \begin{bmatrix} -10 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Prije određivanja vektora mjerenja, neophodno je izvršiti konverziju mjerenih veličina u jedinične vrijednosti, tako da je:

$$z = \begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.62 \\ -0.52 \end{bmatrix}$$

Vektoru mjerenja odgovara matrica kovarijansi:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01^2 & 0 \\ 0 & 0.05^2 \end{bmatrix}$$

Važno je uočiti da je prilikom formiranja matrice kovarijansi izvršena konverzija standardnih devijacija mjernih uređaja u jedinične vrijednosti.

Uz poznate matrice regresije i kovarijansi, matrica pojačanja je oblika:

$$G = H^TR^{-1}H = 1040000$$

nakon čega se vektor stanja određuje kao:

$$\hat{x} = [\hat{\theta}_2] = G^{-1}H^T R^{-1} z = -0.0616$$

Važno je naglasiti da dobijene vrijednosti predstavljaju najbolju moguću procjenu vektora stanja sa dostupnim mjerenjima koja, u manjoj ili većoj mjeri, može odstupati od tačnih vrijednosti.

Aktivna snaga na početku dalekovoda je tada:

$$\hat{P}_{12} = -10\hat{\theta}_2 = 10 \cdot 0.0616 = 0.616$$

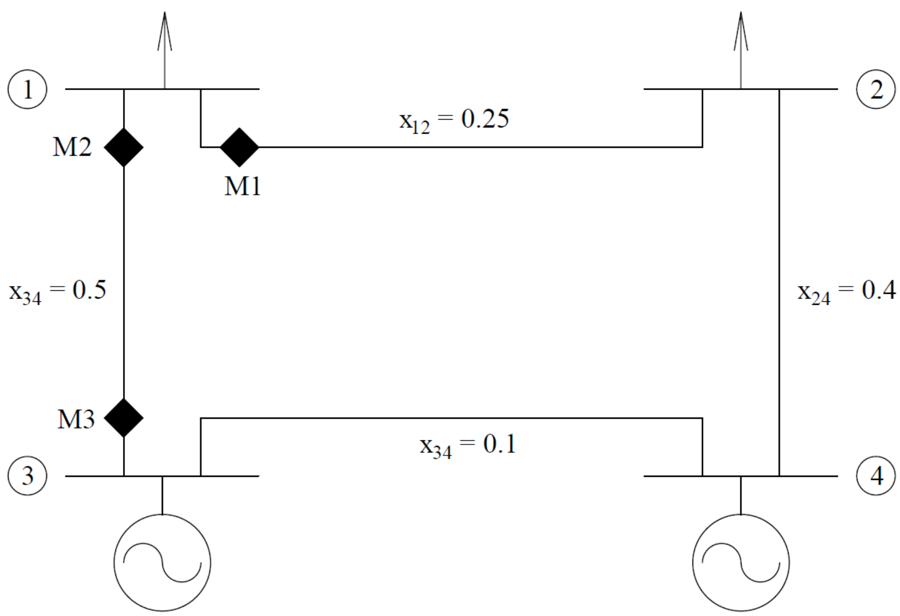
odnosno, nakon konverzije u apsolutne vrijednosti:

$$\hat{P}_{12} = 61.6\, MW$$

Zadatak 5.

Ispitati opservabilnost elektroenergetskog sistema čija je jednopolna šema prikazana na Slici 5. Kako dodavanje mjerenja aktivne snage generatora u čvoru 3 utiče na opservabilnost? Pretpostaviti da je mjerena vrijednost snage generatora $92\ MW$, dok je standardna devijacija mjernog uređaja $\sigma = 1.5\ MW$. Za ovakav scenario odrediti najbolju procjenu promjenljivih stanja. Parametri sistema su pretvoreni u jedinične vrijednosti uz $S_B = 100\ MVA$. Podaci o ostalim mjerenjima su:

Mjerni uređaj	**Mjerena veličina**	**Standardna devijacija**
M1	$P_{12} = 21.2\ MW$	$\sigma_1 = 2\ MW$
M2	$P_{13} = -70.5\ MW$	$\sigma_2 = 1\ MW$
M3	$P_{31} = 72.1\ MW$	$\sigma_3 = 1\ MW$



Slika 5. Jednopolna šema elektroenergetskog sistema

Podsjetnik:

Potreban i dovoljan uslov opservabilnosti sistema je da je matrica pojačanja G koja se određuje kao:

$$G = H^T R^{-1} H$$

invertibilna. Podsjećanja radi, matrica je singularna:

- Ako je determinanta matrice jednaka nuli,
- Ako je rang matrice manji od dimenzija matrice,
- Ako su vrste/kolone linearno zavisne.

Rješenje:

Usvajanjem čvora 4 za referentni čvor, vektor stanja uključuje fazne stavove napona u čvorovima 1, 2 i 3:

$$x = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

Kao što je ranije istaknuto, uslov opservabilnosti sistema je da je matrica pojačanja G invertibilna. Za formiranje matrice pojačanja neophodno je odrediti matricu regresije i matricu kovarijansi. Određivanje matrice regresije zahtijeva utvrđivanje veze između mjerenih veličina i promjenljivih stanja:

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}} = 4\theta_1 - 4\theta_2$$
$$P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}} = 2\theta_1 - 2\theta_3$$
$$P_{31} = \frac{\theta_3 - \theta_1}{X_{13}} = 2\theta_3 - 2\theta_1$$

Matrica regresije je tada:

$$H = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Vektor mjerenja, sa mjerenjima svedenim na jedinične vrijednosti, je:

$$z = \begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{13} \\ P_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.212 \\ -0.705 \\ 0.721 \end{bmatrix}$$

a pripadajuća matrica kovarijansi je:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0004 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

Matrica pojačanja se tada određuje kao:

$$G = H^T R^{-1} H = \begin{bmatrix} 120000 & -40000 & -80000 \\ -40000 & 40000 & 0 \\ -80000 & 0 & 80000 \end{bmatrix}$$

Očigledno, prva vrsta se može izraziti kao linearna kombinacija druge i treće vrste, tako da je matrica pojačanja singularna, pa sistem sa posmatranom konfiguracijom mjernih uređaja nije opservabilan.

Uključivanje mjerenja aktivne snage generatora u čvoru 3 zahtijeva utvrđivanje njegove zavisnosti od promjenljivih stanja:

$$P_3 = P_{31} + P_{34} = \frac{\theta_3 - \theta_1}{X_{13}} - \frac{\theta_3 - \theta_4}{X_{34}} = 12\theta_3 - 2\theta_1$$

Nova matrica regresije je tada:

$$H = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

Osim promjene matrice regresije, mijenjaju se i vektor mjerenja:

$$z = \begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{13} \\ P_{31} \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.212 \\ -0.705 \\ 0.721 \\ 0.92 \end{bmatrix}$$

ali i matrica kovarijansi:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0004 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.000225 \end{bmatrix}$$

Matrica pojačanja je sada:

$$G = H^T R^{-1} H = \begin{bmatrix} 1.3778 & -0.4 & -1.8667 \\ -0.4 & 0.4 & 0 \\ -1.8667 & 0 & 7.2 \end{bmatrix}$$

za koju se pokazuje da je invertibilna.

Vektor stanja se tada određuje kao:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_3 \end{bmatrix} = G^{-1} H^T R^{-1} z = \begin{bmatrix} -0.3358 \\ -0.3888 \\ 0.0207 \end{bmatrix}$$

Uz poznat vektor stanja, estimirane vrijednosti mjernih veličina se određuju kao:

$$\hat{z} = H\hat{x} = \begin{bmatrix} 0.212 \\ -0.713 \\ 0.713 \\ 0.92 \end{bmatrix}$$

odnosno, nakon svođenja na apsolutne vrijednosti:

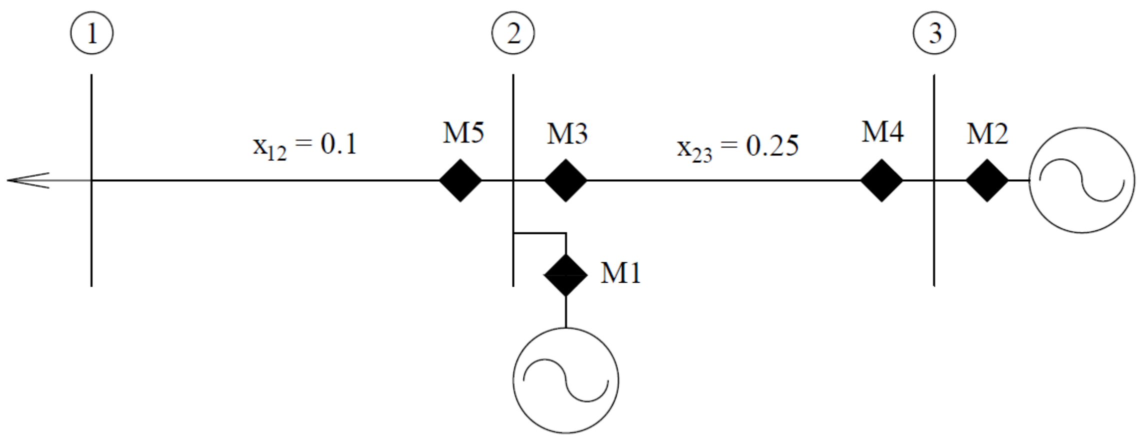
$$\hat{z} = H\hat{x} = \begin{bmatrix} 21.2 \\ -71.3 \\ 71.3 \\ 92 \end{bmatrix} MW$$

Zadatak 6.

Posmatra se dio sistema čija je jednopolna šema prikazana na Slici 6. Podaci o mjerenjima i mjernim uređajima su:

Mjerni uređaj	**Mjerena veličina**	**Standardna devijacija**
M1	$P_2 = 49\ MW$	$\sigma_1 = 1\ MW$
M2	$P_3 = 105\ MW$	$\sigma_2 = 1\ MW$
M3	$P_{23} = -135\ MW$	$\sigma_3 = 1\ MW$
M4	$P_{32} = 98\ MW$	$\sigma_4 = 1\ MW$
M5	$P_{21} = 148\ MW$	$\sigma_5 = 1\ MW$

Odrediti najbolju procjenu vektora stanja koristeći dostupna mjerenja. Odrediti vrijednost kriterijumske funkcije $J(x)$ za najbolju procjenu vektora stanja $\hat{x}$. Da li su u skupu mjernih podataka prisutne velike mjerne greške? Identifikovati loša mjerenja i ponoviti proces estimacije bez njih.



Slika 6. Jednopolna šema elektroenergetskog sistema

Podsjetnik:

U slučaju kada se slučajne mjerne greške mogu opisati normalnom raspodjelom, pokazuje se da se raspodjela vrijednosti kriterijumske funkcije $J(x)$ može opisati hi-kvadratnom raspodjelom zapisa $\chi^2(K)$. Parametar K predstavlja broj stepeni slobode koji se određuje kao razlika između broja mjerenja i broja promjenljivih stanja. U tom slučaju, prisustvo velikih mjernih grešaka se utvrđuje poređenjem vrijednosti kriterijumske funkcije sa pragom tolerancije t_J. Ako je vrijednost kriterijumske funkcije veća od praga tolerancije, u skupu mjernih podataka su prisutne velike mjerne greške. Vrijednost praga tolerancije se određuje iz uslova da je vjerovatnoća da je $J(x)$ veće od t_J jednaka α. Matematički, prethodno tvrđenje je oblika:

$$P\big(J(x) > t_J\big) = \alpha$$

gdje α predstavlja nivo značajnosti (*significance level*). Ovakva procedura testiranja se obično naziva testiranjem hipoteze. Nivo značajnosti kvantifikuje vjerovatnoću da će test dati pogrešan rezultat u slučaju relativno tačnih mjerenja i obično se usvajaju vrijednosti $\alpha = 0.01$ ili $\alpha = 0.05$.

U slučaju da se testiranjem hipoteze utvrdi prisustvo velikih mjernih grešaka, kandidati za loša mjerenja se utvrđuju na osnovu vektora normalizovanih ostataka mjerenja. Vektor ostataka mjerenja kvantifikuje odstupanja estimiranih od mjerenih veličina kao:

$$\hat{r} = z - H\hat{x}$$

pri čemu vektoru ostataka mjerenja odgovara matrica kovarijansi:

$$R_{\hat{r}} = R - HG^{-1}H^T$$

Vektor normalizovanih ostataka mjerenja se određuje kao:

$$\hat{r}_n = diag(R_{\hat{r}})^{-\frac{1}{2}}\,\hat{r}$$

Mjerenja koja karakterišu najveće vrijednosti normalizovanog ostatka se uklanjaju iz procesa estimacije jedno po jedno, dok vrijednost kriterijumske funkcije ne bude manja od praga tolerancije.

Rješenje:

Ako se čvor 3 usvoji kao referentni čvor, vektor stanja uključuje fazne stavove napona u čvorovima 1 i 2:

$$x = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

Veza između mjerenih veličina i promjenljivih stanja je:

$$P_2 = P_{21} + P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{X_{12}} + \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}} = 14\theta_2 - 10\theta_1$$
$$P_3 = P_{32} = \frac{\theta_3 - \theta_2}{X_{32}} = -4\theta_2$$
$$P_{32} = \frac{\theta_3 - \theta_2}{X_{32}} = -4\theta_2$$
$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}} = 4\theta_2$$
$$P_{21} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{X_{12}} = 10\theta_2 - 10\theta_1$$

Matrica regresije je tada:

$$H = \begin{bmatrix} -10 & 14 \\ 0 & -4 \\ 0 & -4 \\ 0 & 4 \\ -10 & 10 \end{bmatrix}$$

Vektor mjerenja je tada:

$$z = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ P_{32} \\ P_{23} \\ P_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.49 \\ 1.05 \\ 0.98 \\ -1.35 \\ 1.48 \end{bmatrix}$$

a pripadajuća matrica kovarijansi mjerenja:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_5^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

Najbolja procjena vektora stanja je tada:

$$\hat{x} = [H^T R^{-1} H]^{-1} H^T R^{-1} z = \begin{bmatrix} -0.4306 \\ -0.2768 \end{bmatrix}$$

Vrijednost kriterijumske funkcije je tada:

$$J(\hat{x}) = [z - H\hat{x}]^T R^{-1} [z - H\hat{x}] = 852.71$$

Kako bi se utvrdilo prisustvo velikih mjernih grešaka, neophodno je odrediti prag tolerancije sa kojim će se porediti vrijednost kriterijumske funkcije. U konkretnom slučaju, broj stepeni slobode određuje se kao:

$$K = 5 - 2 = 3$$

Za nivo značajnosti $\alpha = 0.01$, vrijednost praga tolerancije iznosi $t_J = 11.34$. Vrijednost praga tolerancije može se odrediti očitavanjem iz tablica hi-kvadratne raspodjele, ili primjenom ugrađene MATLAB funkcije kao *chi2inv(1-alpha,K)*. Kao što se uočava, vrijednost kriterijumske funkcije je značajno veća od praga tolerancije, pa su u skupu mjernih podataka prisutne velike mjerne greške.

Kako bi se identifikovale velike mjerne greške, neophodno je odrediti vektor normalizovanih ostataka mjerenja. Za njegovo određivanje je neophodno odrediti vektor ostataka mjerenja:

$$\hat{r} = z - H\hat{x} = \begin{bmatrix} 0.0586 \\ -0.0571 \\ -0.1271 \\ -0.2429 \\ -0.0586 \end{bmatrix}$$

i matricu kovarijansi vektora ostataka mjerenja:

$$R_{\hat{r}} = R - HG^{-1}H^T = \begin{bmatrix} 0.4286 & 0.1429 & 0.1429 & -0.1429 & -0.4286 \\ 0.1429 & 0.7143 & -0.2857 & 0.2857 & -0.1429 \\ 0.1429 & -0.2857 & 0.7143 & 0.2857 & -0.1429 \\ 0.1429 & 0.2857 & 0.2857 & 0.7143 & 0.1429 \\ -0.4286 & -0.1429 & -0.1429 & 0.1429 & 0.4286 \end{bmatrix}$$

Vektor normalizovanih ostataka mjerenja je tada:

$$\hat{r}_n = diag(R_{\hat{r}})^{-\frac{1}{2}}\,\hat{r} = \begin{bmatrix} 8.9469 \\ -6.7612 \\ -15.0437 \\ -28.7352 \\ -8.9469 \end{bmatrix}$$

Kako mjerenje snage P_{23} karakteriše najveća vrijednost ostatka, ono će biti isključeno iz procesa estimacije, pa je nova matrica regresije, novi vektor mjerenja i nova matrica kovarijansi:

$$H = \begin{bmatrix} -10 & 14 \\ 0 & -4 \\ 0 & -4 \\ -10 & 10 \end{bmatrix} \qquad z = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ P_{32} \\ P_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.49 \\ 1.05 \\ 0.98 \\ 1.48 \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_5^2 \end{bmatrix}$$

Novi vektor stanja je tada:

$$\hat{x} = [H^T R^{-1} H]^{-1} H^T R^{-1} z = \begin{bmatrix} -0.4015 \\ -0.2525 \end{bmatrix}$$

a nova vrijednost kriterijumske funkcije:

$$J(\hat{x}) = [z - H\hat{x}]^T R^{-1} [z - H\hat{x}] = 27$$

Broj stepeni slobode je sada 2, pa je prag tolerancije $t_J = 9.21$. I u ovom slučaju je vrijednost kriterijumske funkcije veća od praga tolerancije, pa je istom procedurom neophodno identifikovati loša mjerenja i ukloniti ih iz procesa estimacije.